

3.5- COMPARACIÓN DE RESULTADOS CUANDO LA LEY FÍSICA ES CUADRÁTICA (NO LINEAL).

En esta sección se expone una forma de generar las implicaciones del trabajo experimental que se le conoce como Caracterización del Fenómeno, para compararlas con las implicaciones de la hipótesis planteada.

3.5.a.- CARACTERIZACIÓN DEL FENÓMENO.

La Ley Física define la existencia de una relación entre dos cantidades físicas (X,Y) que se considera válida en las condiciones en que se realizó el proceso de experimentación y dentro del rango de variación de la variable independiente. En consecuencia, esta Ley Física puede ser utilizada para caracterizar o analizar una cierta faceta del fenómeno estudiado. Por ejemplo, en el caso del fenómeno anterior, se considera a:

Cantidad física independiente X → tiempo (t).

Cantidad física dependiente Y → Magnitud del vector desplazamiento(D).

La Ley Física determinada en la sección anterior, establece la magnitud más probable del desplazamiento (D) del objeto que se mueve sobre una línea recta para cualquier tiempo (t).

Ley Física $D = m^*t^2 + b^*t.$

De los conceptos de la Cinemática se sabe que:

$$\textit{Rapidez de la Partícula} = v = \frac{dD}{dt} = \frac{d}{dt}(m^*t^2 + b^*t) = 2m^*t + b^*$$

Significado Físico del Parámetro b*.

Para un tiempo inicial t = 0 seg Rapidez **Inicial** de la partícula = Vo = b*

Como se puede observar la rapidez inicial de la partícula resulta ser igual al parámetro b* de la línea del mejor ajuste. Si b* es diferente de cero, esto indica que experimentalmente se detecta que el movimiento no parte del reposo como se esperaba que así sucediera.

También se sabe de la cinemática que:

$$\textit{Aceleración de la Particula} = a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(2m^*t + b^*) = 2m^*$$

Significado Físico del Parámetro m*.

La ecuación anterior establece que la aceleración de la partícula es una constante (2m*), por tanto se puede establecer que: **m** = 1/2 aceleración del móvil.**



Y recordando que el movimiento del deslizador es sobre un riel de colchón de aire, se puede

establecer que el movimiento del deslizador es un:

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

3.5.b.- MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

La Ley Física determinada en la sección anterior, establece que la magnitud del desplazamiento D del objeto que se mueve sobre una línea recta para cualquier tiempo t está dada por:.

$$D = m*t^2 + b*t.$$

Con propósitos de explicación, consideremos una ley física con valores numéricos en sus parámetros, tal como m**= 25.67 y b** = 1.2 y su gráfica es como muestra la figura 3.4

Consideremos dos intervalos de tiempo $\Delta t_1 = t_2 - t_1$ y $\Delta t_2 = t_4 - t_3$ y calculemos las velocidades medias en cada intervalo:

$$\bar{v}_1 = \frac{D_2 - D_1}{t_2 - t_1} = \frac{25.67 * t_2^2 + 1.2t_2 - (25.67 * t_1^2 + 1.2t_1)}{\Delta t_1}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{D_4 - D_3}{t_4 - t_3} = \frac{25.67 * t_4^2 + 1.2t_4 - (25.67 * t_3^2 + 1.2t)}{\Delta t_2}$$

$$Si \quad t_1 = 0.1s, t_2 = 0.2s$$

$$t_3 = 0.5s, t_4 = 0.6s$$

$$\bar{v}_1 = \frac{1.2668 - 0.3767}{0.2 - 0.1} = \frac{0.8901}{0.1} = 8.901\ cm/s$$

$$\bar{v}_2 = \frac{9.9612 - 7.0175}{0.6 - 0.5} = \frac{2.9437}{0.1} = 29.437\ cm/s$$



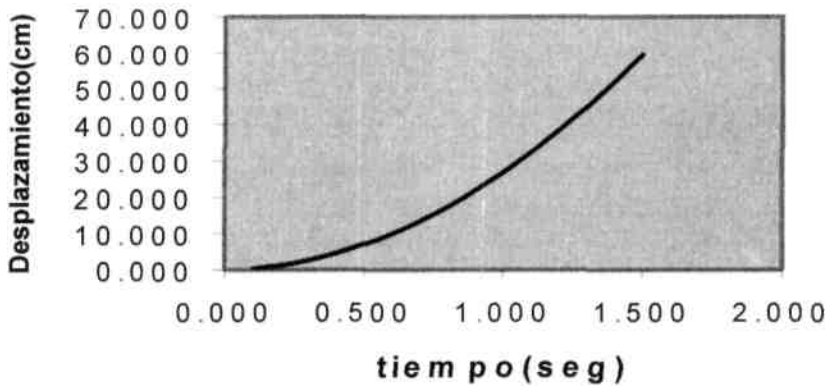


Figura 3.4.- Gráfica de la ley Física D = $25.67t^2+1.2t$

Se observa que la rapidez media del móvil va en aumento al transcurrir el tiempo. Este efecto de aumento de la rapidez de móvil, se observa al determinar la rapidez instantánea de la forma siguiente:

$$v = \frac{d(D)}{dt} = \frac{d(25.67t^2 + 1.2t)}{dt} = 2(25.67)t + 1.2$$

Entonces :$v = 51.34/ + 1.2$ *ec.3.5*

Esta expresión muestra que la rapidez va en aumento al transcurrir el tiempo, efecto que se muestra en la gráfica 3.5.

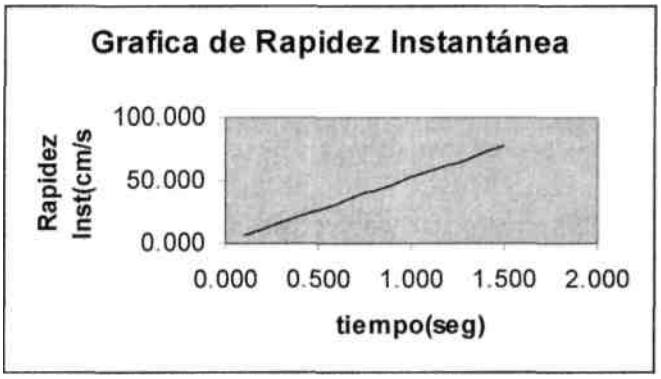


Figura 3.5.- Gráfica del aumento de la rapidez con respecto al tiempo.



Desde el punto de vista geométrico, se sabe que la derivada de una función evaluada en un punto, representa la pendiente de la tangente en dicho punto. Esta equivalencia se muestra

en la gráfica 3.6

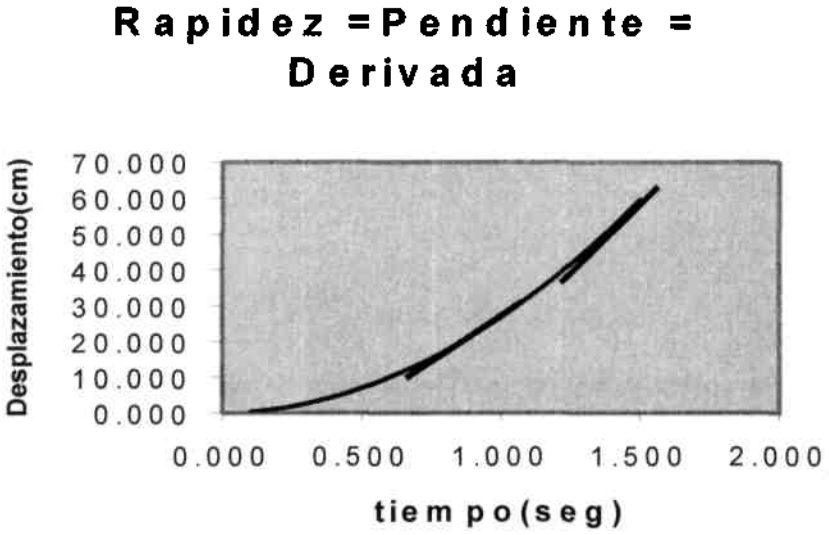


Figura 3.6.- Gráfica de Datos Originales (Desplazamiento contra tiempo)

De forma similar como se define la velocidad media, también se define la Aceleración media que tiene el propósito de evaluar el cambio en la rapidez con respecto al tiempo. Para ello considérese dos puntos sobre la gráfica de rapidez instantánea:

$$Aceleración\ Media = \bar{a} = \frac{Cambio\ de\ Rapidez}{Intervalode\ Tiempo} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Así, por ejemplo, consideremos los tiempos t_1=0.1s, t_2=0.2s (Figura 3.7) y aplicando la ec3.5 se tiene v_1 = 6.334 cm/s, V_2 = 11.468 cm/s.

$a = \frac{11.468 - 6.334}{0.2 - 0.1} = \frac{5.134}{0.1} = 51.34\ cm/s^2$ Es posible calcular la aceleración media para otro intervalo de tiempo y obtenemos:

$$\bar{a} = \frac{51.34(0.6) + 1.2 - 51.34(0.4) - 1.2}{0.6 - 0.4} = \frac{32.004 - 21.736}{0.6 - 0.4} = \frac{10.268}{0.2} = 51.34\ cm/s^2$$

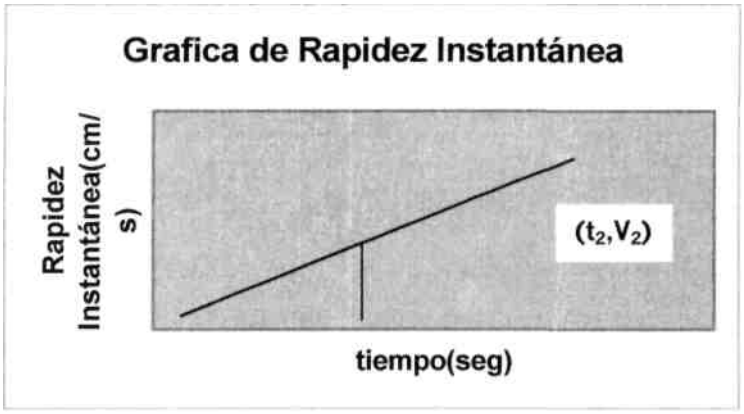


Figura 3.7.- Rapidez Instantánea a través del tiempo

Como se puede observar, la aceleración media es la misma, sin importar el intervalo de tiempo considerado. Este valor constante de la aceleración media también se obtiene al determinar la Aceleración Instantánea.

$$AceleraciónInstantánea = a = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d(51.34t + 1.2)}{dt} = 51.34\ cm/s^2$$

Entonces, la Aceleración Instantánea es una constante = 51.34 *cml s*

En términos generales, considerando la expresión general de la Ley Física (D=m**t^2+b**t), se tiene que la rapidez instantánea, llamada más comúnmente como Rapidez, es igual a v = **2m**t+b**** y la aceleración instantánea, llamada comúnmente como Aceleración es igual a:

$$a = 2m^{**} \quad \text{ó} \quad m^{**} = (1/2)\ a$$

De la expresión v = 2m**t+b**, si t = 0.0 s, es decir, para el tiempo inicial to = 0.0 s, la rapidez para este tiempo inicial es Vo = 2m**(0.0) + b** = b**, de esto se desprende que el parámetro de la ley física b** = Rapidez Inicial = Vo. Por lo tanto, la Ley Física del movimiento de la partícula se expresa como:

$$\text{Ley Física: } D = \mathbf{Vot} + \mathbf{(1/2)}\ at^2$$

Y como consecuencia, al derivar la ecuación anterior con respecto al tiempo: V = **Vo** + at

Estas expresiones representan el movimiento de la partícula cuando su aceleración es constante e inicia su movimiento con una rapidez inicial Vo. Recordemos que las expresiones anteriores representan a las magnitudes de las cantidades vectoriales *D, V* y por la expresión de la aceleración media y la aceleración instantánea se desprende que la aceleración es

también una cantidad vectorial, puesto que resulta de la multiplicación de un escalar (1/t) por

un vector (*V*). Entonces, se dice que una partícula que realice un Movimiento Rectilíneo con Aceleración Constante, su movimiento está representado por las expresiones:

$$\vec{D} = \vec{v}_o t + \frac{1}{2} a t^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ec.3.6$$

$$\vec{v} = \vec{v}_o + at \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ec.3.7$$

3.6.- TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO.

3.6.a.- Movimiento Rectilíneo de un Móvil bajo la Acción de una Fuerza Constante.

Material Utilizado.

1.- Riel de Colchón de Aire.

2.- Compresor de Aire.

3.- Deslizador Amarillo con Acrílico.

4.- Cinta Registradora.

5.- Generador de Descargas Eléctricas.

6.- Cinta magnética.

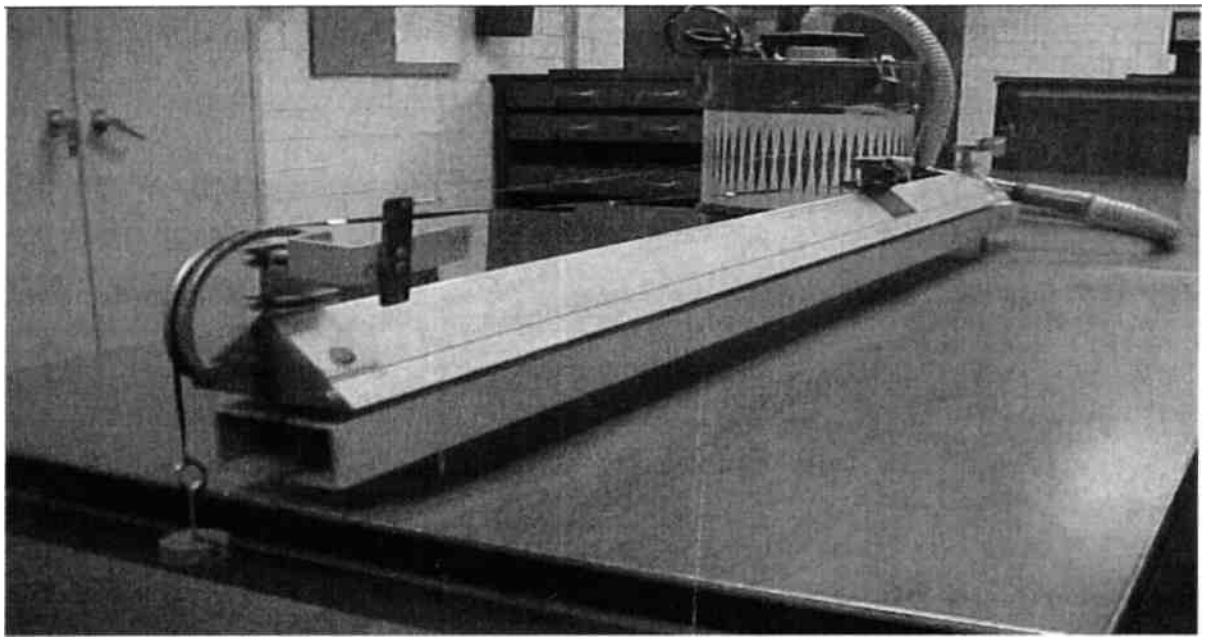


Figura 3.8.- Movimiento de un Móvil bajo la acción de una Fuerza Constante.

7.- Gancho de pesas y una pesa de 50 gr con ranura.



1.- Considere el dispositivo formado por un riel de colchón de aire en posición horizontal y un

deslizador que pueda desplazarse a lo largo de todo el riel (ver figura 3.8).

2.- Formule una hipótesis referente al tipo de movimiento que desarrolla el deslizador. Por ejemplo puede seleccionar alguna de las hipótesis siguientes:

" El deslizador se mueve con velocidad constante"

" El deslizador tiene desplazamientos iguales en tiempos iguales"

" El deslizador se mueve con aceleración constante".

3.- Desarrolle el proceso de Experimentación en sus siete pasos para verificar la hipótesis planteada, mediante el orden siguiente:

1°.- Considere las cantidades físicas directas del fenómeno: **Desplazamiento del deslizador sobre el riel y el tiempo.**

2º.- Considere al tiempo como la cantidad física independiente (X). Y como cantidad física dependiente (Y) al desplazamiento del deslizador. Verifique el buen funcionamiento del generador de descargas. Y mida las masas del deslizador y del bloque que se coloca verticalmente.

3°.- Reproduzca el fenómeno registrando las posiciones en la cinta registradora. El registro de posiciones debe ser desde que el deslizador inicia su movimiento. Anote sus mediciones en la tabla 3.2.

N	t_i	D_i
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		



11		
12		
13		
14		
15		

Tabla 3.2.- Datos del movimiento de un móvil bajo la acción de una Fuerza Constante.

4º.- Construya la gráfica de dispersión.

5°.- Aplique la interpretación analítica para obtener los parámetros de la línea de mejor ajuste. Grafique la línea de mejor ajuste sobre la gráfica de dispersión.

6°.- Calcule el coeficiente de Determinación y en caso que sea posible, determine la Ley Física y continúe con el inciso siguiente. En caso en que no sea posible definir la ley Física, continúe con el inciso 8º

7º.- Verifique la validez o falsedad de la hipótesis planteada y termine el proceso.

8º.- Copie los datos de la tabla 3.2 a la tabla 3.3 en el que se demostró que no existe una relación lineal entre las cantidades (t, D). Calcule los valores Z = D/t y anótelos en la tabla 3.3.

N	t_i	D_i	$Z_i = D_i / t_i$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

11			
12			
13			
14			
15			

Tabla 3.3. Valores transformados del movimiento de un móvil bajo la acción de una Fuerza Constante.

9°.- Construya la gráfica de dispersión para las cantidades t en el eje de las abscisas y Z en el eje de las ordenadas.

10°.- Determine la línea de mejor ajuste utilizando la interpretación analítica, denótela como:

$$Z = m^{**}t + b^{**}$$

11°.- Calcule el coeficiente de Determinación utilizando la expresión 3.1 y verifique que sí se cumple el criterio de aceptación 3.1[a] para determinar la Ley Física.

12°.- Efectúe la caracterización del fenómeno para determinar la posición inicial de movimiento (Do), la velocidad inicial de la partícula (Vo) y las expresiones de la velocidad y la aceleración de la partícula.

13°.- Determine el error en el experimento utilizando como valor teórico la aceleración del movimiento ideal de un móvil, que se desliza sin fricción sobre un plano horizontal bajo la acción de la tensión proporcionada por una cuerda sujeta a él, y el otro extremo se sujeta a otro bloque de masa **m** que cuelga en posición vertical y como valor experimental la aceleración calculada anteriormente.

3.7 TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO.

3.7.a Movimiento Rectilíneo de un Móvil sobre un Plano Inclinado

Material Utilizado.

1.- Riel de Colchón de Aire.

2.- Compresor de Aire.

3.- Deslizador Amarillo con Acrílico.

4.- Cinta Registradora.

5.- Generador de Descargas Eléctricas.

1.- Considere el dispositivo formado por un riel de colchón de aire en **posición inclinada** y un

deslizador que pueda desplazarse a lo largo de todo el riel (ver figura 3.9).

2.- Mida los grados de inclinación del plano inclinado y denótelo como □. Seleccione una frecuencia entre 10 y 30 Mhz.

3.- Coloque la cinta registradora a lo largo del riel de colchón de aire. Coloque el deslizador en el extremo más alto del riel como muestra la figura 3.9, manteniéndolo en esa posición con un objeto de material aislante. Accione el compresor y el generador de descargas de tal forma que se registre en la cinta registradora el punto de inicio de movimiento del deslizador. Después de un par de segundos, deje en libertad de movimiento al deslizador sin dejar de accionar el generador de descargas, de tal forma que se registren por lo menos 15 puntos.

3.- Apague el generador y el compresor antes de retirar la cinta registradora.

4.- Formule una hipótesis referente al tipo de movimiento que desarrolla el deslizador. Por ejemplo puede seleccionar alguna de las hipótesis siguientes:

" El deslizador se mueve con velocidad constante"

" El deslizador tiene desplazamientos iguales en tiempos iguales"

" El deslizador se mueve con aceleración constante".

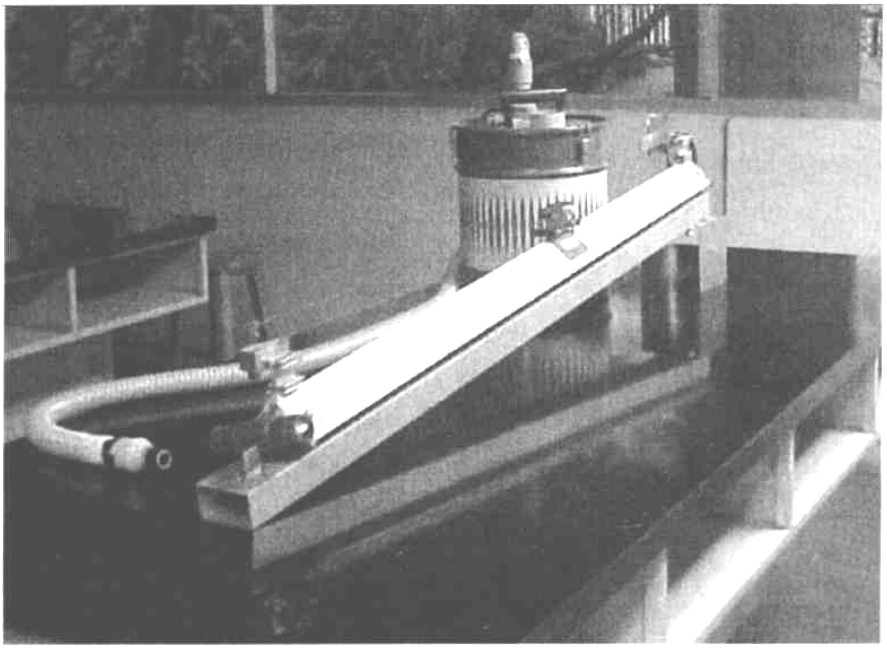


Figura 3.9.- Movimiento de un Móvil sobre un Plano Inclinado.



5.- Desarrolle el proceso de Experimentación en sus seis pasos para verificar la hipótesis

planteada, mediante el orden siguiente:

1°) Considere las cantidades físicas directas del fenómeno: **Desplazamiento del deslizador sobre el riel y el tiempo.**

2°) Considere al tiempo como la cantidad física independiente (t). Y como cantidad física dependiente (D) al desplazamiento del deslizador.

3°) Con la cinta registradora obtenida anteriormente, mida los desplazamientos del deslizador (D_i) a partir de la primera marca y los tiempos (t_i) con los inversos de la frecuencia f utilizada en el generador. Anote sus mediciones en la tabla 3.4.

4°) Construya la gráfica de dispersión.

5°.- Aplique la interpretación analítica para obtener los parámetros de la línea de mejor ajuste. Grafique la línea de mejor ajuste sobre la gráfica de dispersión.

N	T_i	D_i
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Tabla 3.4 .- Datos de Tiempo y Desplazamiento de un móvil sobre un Plano Inclinado.



6°) Calcule el coeficiente de Determinación y compruebe que **no** cumple con el criterio de aceptación (3.1a), concluya que no es posible determinar la ley física del movimiento y continúe con el 6°a paso. En caso contrario, es posible que no consideró un número suficiente de puntos registrados o existe un error al registrar el inicio del movimiento. Cuando sea posible, reproduzca una vez más el fenómeno y regrese al 4° paso.

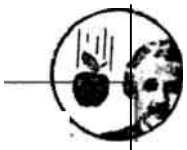
Z = m**t + b**

N	T_i	D_i	$Z_i = D_i / t_i$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Tabla 3.5.- Valores transformados del movimiento de un móvil sobre un Plano Inclinado.

6°a) Copie los datos de la tabla 3.4 a la tabla 3.5 en el que se demostró que no existe una relación lineal entre las cantidades (t, D). Calcule los valores Z = D/t transformados y anótelos en la tabla 3.5.

6°b) Construya la gráfica de dispersión para las cantidades X en el eje de las abscisas y Z en el eje de las ordenadas.



6°c) Determine la línea de

$Z = m^{**}t$

6°d) Calcule el coeficiente de Determinación utilizando la expresión 3.1 y verifique que sí se cumple el criterio de aceptación 3 1^a para determinar la Ley física

7^o) Efectúe la caracterización del fenómeno para determinar la posición inicial de *movimiento* (*Do*), *la velocidad inicial de la partícula* (Vo) y *las expresiones de la velocidad y* la

aceleración de la partícula Y determine el error en el experimento utilizando como valor teórico la aceleración del movimiento ideal de un móvil que se desliza sin fricción sobre un plano que tiene una inclinación de α grados ($a= g\,sen\,\alpha$) y como valor experimental la aceleración calculada en el paso anterior.

3.7b.- ADQUISICIÓN DE DATOS POR MEDIO DE UNA PC. (Interfases Leybold) Movimiento Uniformemente Acelerado.

OBJETIVO GENERAL- Se determinará el modelo matemático que representa el movimiento de un objeto que se desplaza sobre un riel de colchón de aire y que recorre distancias diferentes para tiempos iguales; así como ecuaciones que se derivan del mismo.

INTRODUCCIÓN.

En el espacio se observan movimientos de objetos desde algún sistema de referencia, tales como el movimiento de automóviles en una dos y tres dimensiones, movimiento de aves, aviones, helicópteros; así como el movimiento de los planetas que integran nuestro sistema solar o en general el movimiento de los astros en el Universo Es indudable que el movimiento de estos objetos, en cada caso puede ser diferente dependiendo de algunas de las características físicas de los mismos tales *como el* medio *donde* se efectúa el *movimiento;* debido a ello en la descripción y análisis del movimiento de los objetos, se ha *hecho una clasificación,* siendo uno de ellos el **movimiento uniforme,** que se caracteriza por que los objetos se mueven con velocidad constante; o sea que este tipo de movimiento lo realizan objetos que se mueven en una sola dimensión



Es recomendable remarcar que en este caso también la rapidez es constante y como por definición la aceleración á de un objeto que se mueve en algún Jugar del espacio es el cambio de la velocidad en el tiempo, por lo que para este tipo de movimiento la aceleración es cero.

Asimismo es recomendable adarar que la velocidad de un objeto que se mueve en el espacio se define como el cambio de la función que representa el desplazamiento, en el tiempo, por lo que sí r (t) representa la posición del objeto para cualquier tiempo mayor que cero y r_0 la posición inicial, entonces se encuentra que $r(t)=r_0 +v\ t$

Analizando el movimiento de los objetos en el espacio se concluye que la mayoría de éstos no se mueven con velocidad constante; para esto es suficiente observar la trayectoria que siguen los objetos, que normalmente es una curva en el espacio, o sea que para la mayor parte del movimiento de ios objetos la velocidad es variable en el tiempo; por lo que la aceleración de dichos objetos es diferente de cero, en cuyo caso la aceleración puede ser constante. Por definición a este tipo de movimiento se le llama **movimiento *uniformemente* acelerado,** remarcando que esta definición es clásicamente para sistemas inerciales.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

1 - Que el alumno interaccione directamente con equipo y materiales utilizados en la Física Experimental al participar en la conexión de los equipos utilizados en el experimento.

2- Con ayuda de la PC el alumno medirá indirectamente distancias y tiempos en el movimiento de un deslizador

3.- Utilizando técnicas de análisis de datos, se describirán y analizarán gráficamente las mediciones obtenidas acorde al sistema internacional de unidades.

4.- Mediante el análisis de las gráficas de funciones de variable real se seleccionará la función que mejor se adapte a la gráfica de los datos experimentales; determinándose el valor de las constantes que aparecen en la función.

5 - Se evaluará la factibilidad del modelo matemático que representa la ley física

experimento en cuestión.

INSTRUMENTOS Y MATERIALES (Equipo marca Leybold).

1.- Un riel de colchón de aire.

2 - Un deslizador tipo Leybold.

3.- Un transductor.

4.- Un electroimán.

5 - Una interface CASSY.

6 - Cables de conexión para interface CASSY.

7 - Un compresor (generador de aire) con manguera.

8 - Una fuente de corriente continua de 0 a 20V.

9 - Cable de conexión para transductor.

10- Accesorios para el deslizador.

11 - Una PC con sistema operativo DOS o WINDOWS.

12- Software para CASSY con archivo BMW.

13- Algunos otros cables de conexión que se utilizan en el experimento.

14.- Un Vernier.

3.7.bL TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO. Movimiento Uniformemente Acelerado

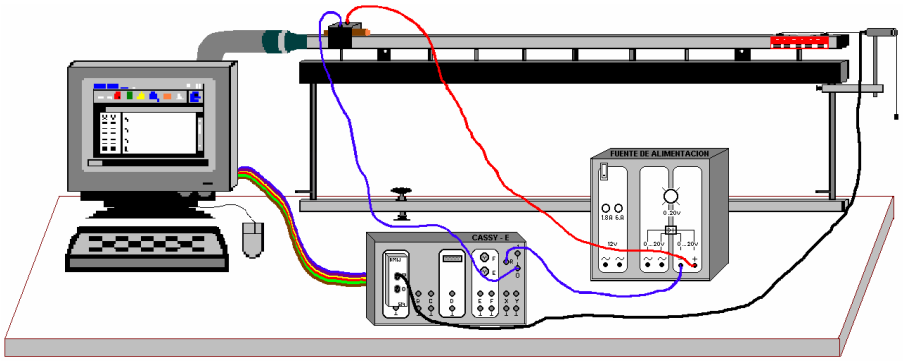


FIGURA 1. MOVIMIENTO UNIFORME MENTE ACELERADO.

1.- Hacer las conexiones mostradas en la figura 1. (No activar los instrumentos que generan energía; compresor y fuente).
2.- Verificar si todas las conexiones estén debidamente conectadas a los instrumentos
relacionados con el experimento a realizar.
3.- Calibrar el riel de colchón de aire, haciendo que el compresor inyecte aire al riel de tal forma que el deslizador permanezca en equilibrio.
4.- Encender la fuente de corriente continua de tal manera que la corriente que proporciona la fuente genere un campo magnético suficiente para que el deslizador quede unido al electroimán, *(máximo 12V).*
5.- Colocar una masa de 1g al deslizador mediante un pedazo de hilo ex profeso para ello, con la aclaración de que el hilo pase a través de la polea del transductor.
6.- Encienda Ja *PC.*

6.1- Reiniciar la PC en modo MS-DOS.
6.2- Teclee cd .. .J *{para borrar Windows).*
6.3.- Teclee cd - cassy J
6.4- Teclee BMW *J (es el nombre del archivo).*

7.- Con el teclado de la PC. <esc> y *J* son las teclas de manejo de los menús y submenús del *archivo* BMW.

7.1- Al ejecutar el programa BMW oprimir cualquier tecla para que aparezca el menú principal con las opciones de: FlBMWy F2XYZ, escogiendo F1BMW J.
7.2- Elegir del menú principal, calibrar magnitudes *J.*

7.2.1- Elegir magnitudes lineales J.

7.3.-Elegir opciones para magnitudes J.

7.3.1- Elegir mostrar *U* J y mostrar a J.
7.3.2.- En ese mismo submenú elegir preseleccionar parada J.

7.3.3 - Darle el valor de 1m y regresar con <esc> al menú principal.

7.4.- Elegir registrar medición J.

7.4. J. - Elegir tipo de representación ya sea digital o *gráfica,* seleccionar y *oprimir* J.
7.4.2. Teclee Fl o J. Comienza el movimiento del deslizador
7.4.3. Con J o Fl detiene la medición.

7 5- Oprimir <esc> para regresar al menú principal

7.5.1- Elegir editar valores J

Para copiar los datos en diskette.

7.6.- Copiar datos dei monitor de la PC.

7.6.1.- Oprimir <esc> para regresar al menú principal.
7.6.2.- Elegir evaluación gráfica J *(analizar gráfica)*.

7.7.- Oprimir <esc> para regresar al menú principal.

7.7.1.- Salir del menú principal Fin J.
7.7.2.- Salir del programa J.
7.7.3- Desea salir del programa Si J.

3J7.b2.- TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO.
Acelerado con Vídeo com.

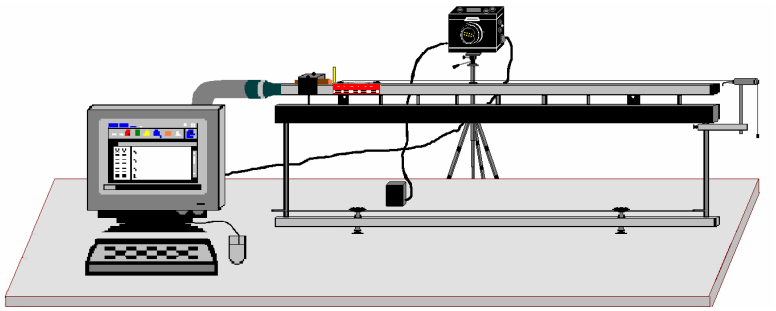


FIGURA 2. MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO (VIDEOCOM)

1.- Arma el circuito que indica la figura. *(No energizar)*

Enciéndala PC
Ir a inicio, programas, videocom, videocomMovimientos *J.*
Dentro del software nos ubicamos en la opción de recorrido y damos un *click*
Damos un *click* sobre el icono que se llama "Ajustes/Calibración" del recorrido
Estando dentro de "Ajustes/Calibración" del recorrido damos un *click* en la opción

a) Coloque la cámara de frente al riel de colchón de aire a una distancia de **1m**.
b) Ajuste el lente de la cámara con un diafragma 16.
c) Calibre el riel de colchón de aire para que este al nivel de la mesa o superficie.

1.- Encienda la PC.
2.- Ir a inicio, programas, videocom, videocom.Movimientos ↵.
3.- Dentro del software nos ubicamos en la opción de recorrido y damos un *click*.
4.- Damos un *click* sobre el icono que se llama “Ajustes/Calibración” del recorrido.
5.- Estando dentro de “Ajustes/Calibración” del recorrido damos un *click* en la opción de “Predeterminados”.

a) Estando en "Predeterminados" vamos a cambiar valores a dos parámetros. El primero es después de tiempo prefijado y le damos 3 seg.
b)En el segundo parámetro que es al recorrer la distancia, le damos un valor de lm
Damos ↵ para que acepte los cambios que hicimos.

7.- Después damos otro *click* sobre el mismo icono de "Ajustes/Calibración"
recorrido

8.- Ya estando dentro, damos un *click* en la opción de "Calibración"" del recorrido.

a) En esta opción cambiaremos los valores de la 1ª y 2ª posición, en la primera el valor será
1 y en la segunda posición 0, en ese mismo cuadro activamos "emplear calibración" y damos ↵.

9.- Antes de que se inicie el recorrido debe estar bien calibrado el deslizador sobre la regleta que tiene el software, el cursor debe estar precisamente en cero (0) para que tenga una mejor precisión del recorrido

10.- Para iniciar el recorrido damos un *click* en el icono que tiene un cronómetro, al icono se le llama "iniciar/detener" medición.

a) En la opción de "recorrido" nos muestra su gráfica y sus valores.
b)Para que muestre la velocidad damos un *click* en la opción de "velocidad". En esta opción se mostrará la gráfica de velocidad y sus valores.
c)Para que nos muestre la aceleración, damos *click* en la opción de "aceleración". En esta se mostrará la gráfica de aceleración y sus valores.

3.8.- TRANSFORMACIÓN

$$Z = \frac{Y - Y_0}{X}$$

La condición experimental que se debe tomar para utilizar la transformación propuesta ($Z = \frac{Y - Y_0}{X}$), es considerar que la información del movimiento del objeto Es **Incompleta.**

Es decir, que únicamente se conoce el punto inicial de movimiento **(Marca Inicial)** y puntos finales deí movimiento del objeto. En este caso hubo una pérdida de información del movimiento del objeto en ¡os primeros instantes del movimiento y además se observa en Ja gráfica de dispersión, una tendencia parabólica que pasa fuera del origen. El procedimiento que se debe seguir para determinar la ley física es el establecido en la sección 3.7 pero utilizando la transformación $Z = \frac{Y - Y_0}{X}$ Con el proposito de resumir todo el proceso de contrastación de hipótesis, a continuación se desarrollará el procedimiento completo aplicado al fenómeno de caída libre.

3.9.- TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO.

3.9.a.- Movimiento de un objeto en Caída Libre.

Material Utilizado

1- Aparato de Caída Libre.

2.- Objeto de caída libre.



3.- Generador de Descargas eléctricas.

4.- Cinta registradora.

5.- Calibrador Vernier.

Procedimiento

1.- Considere el dispositivo mostrado en la figura 3.10. Coloque la cinta registradora de chispas sobre la cara interna de la solera vertical metálica del aparato de caída libre. Coloque en posición horizontal el aparato empleando los tornillos de nivel.

2.- Conecte el electroimán y el generador a la toma de 125 v.c.a.

3.- Accione el interruptor del electroimán y coloque el cuerpo de caída libre en el núcleo del electroimán (ver figura 3.10)

4.- Accione el interruptor del generador de chispas y seleccione la frecuencia de 60 Hz.

5.- Oprima el botón de disparo del generador y manténgalo así, desactive el electroimán.

6.- Cuando el objeto de caída libre llegue al tope inferior, suelte el botón de disparo del generador. Apague el generador y oprima nuevamente el disparador. Retire la cinta registradora.

7.- Formule una hipótesis referente al tipo de movimiento que desarrolla el deslizador. Por ejemplo puede seleccionar alguna de las hipótesis siguientes:

" El objeto se mueve con velocidad constante"

" El objeto tiene desplazamientos iguales en tiempos iguales"

" El objeto se mueve con aceleración constante".

8.- Desarrolle el proceso de Experimentación en sus siete pasos para verificar la hipótesis planteada, mediante el orden siguiente:

I^{o}) Considere las cantidades físicas directas del fenómeno: **Desplazamiento del objeto de caída libre y el tiempo.**

2^{o}) Considere al tiempo como la cantidad física independiente (X). Y como cantidad física dependiente (Y) al desplazamiento del deslizador.

3^{o}) Con la cinta registradora obtenida anteriormente, ignore **Solo una Marca** en la cinta registradora como muestra la figura 3.11, a partir de la marca inicial y hacer el llenado de la tabla de valores considerando como origen de distancia la **Marca Inicial** y como origen de tiempos la **Tercera Marca** de la cinta registradora.

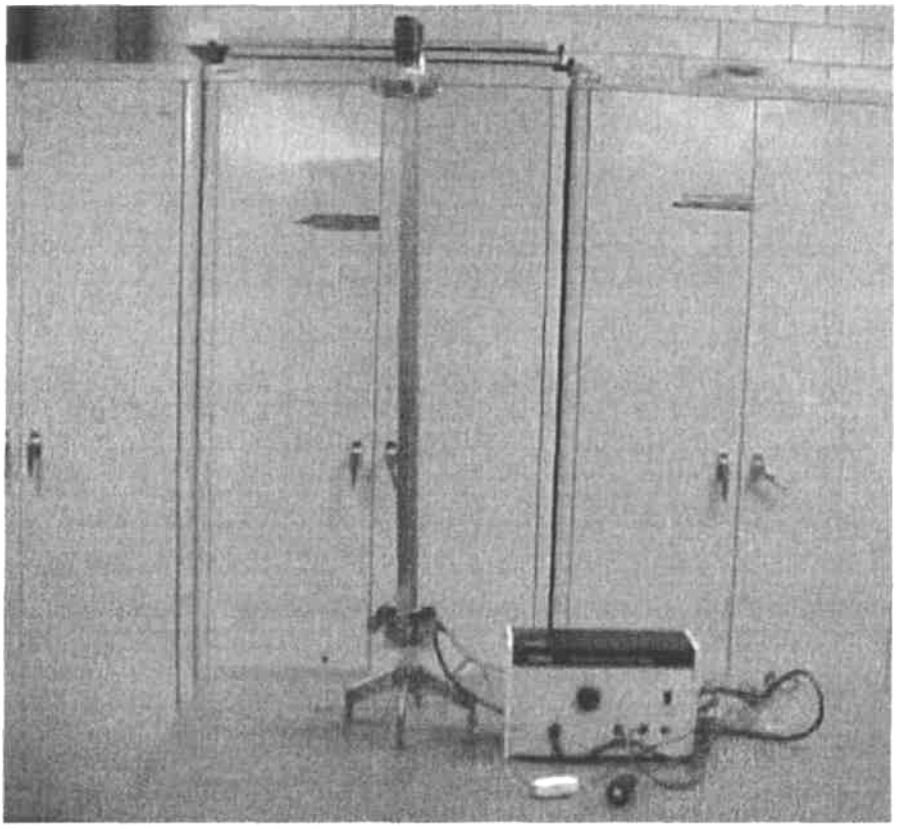


Figura 3.10.- Caída Libre de un Objeto.

X= O 1/60 2/60 etc.

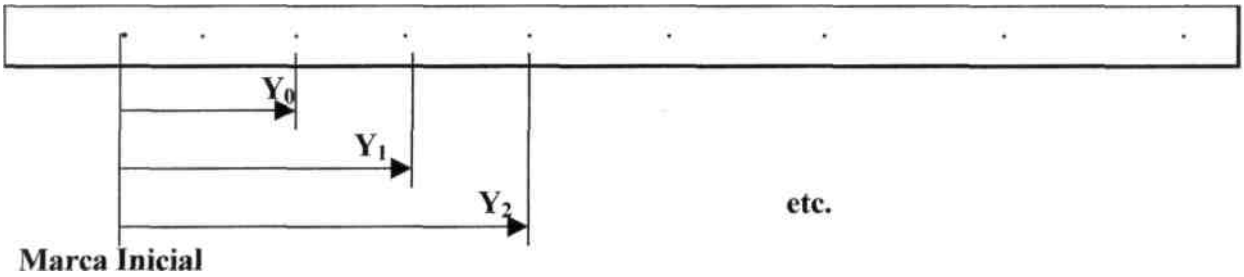


Figura 3.11.- Cinta registradora de datos de Caída Libre.

Para determinar la posición inicial del objeto (Yo), es necesario medir la distancia entre la **Marca Inicial y la Cuarta Marca.** Anote sus mediciones en la tabla 3.6.

4º) Construya la gráfica de dispersión.



5º.- Aplique la interpretación analítica para obtener los parámetros de la línea de mejor ajuste. Grafique la línea de mejor ajuste sobre la gráfica de dispersión.

6º) Calcule el coeficiente de Determinación y compruebe que **no** cumple con el criterio de aceptación (3.1a), concluya que no es posible determinar la ley física del movimiento y continúe con el 7°.a paso. En caso contrario, es posible que no consideró un número suficiente de puntos registrados o existe un error al registrar el inicio del movimiento. Cuando sea posible reproduzca una vez más el fenómeno y regrese al 4º paso.

N	x_i	Y_i
1	**0.0**	**Yo=**
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Tabla 3.6.- Datos de Tiempo y Desplazamiento de un objeto en caída Libre.

6°.a) Copie los datos de la tabla 3.6 a la tabla 3.7 en el que se demostró que no existe una relación lineal entre las cantidades (X, Y). Calcule los valores Z = Y-Yo/X transformados y anótelos en la tabla 3.7.

6°.b) Construya la gráfica de dispersión para las cantidades X en el eje de las abscisas y Z en el eje de las ordenadas.



6.c°) Determine la línea de mejor ajuste utilizando la interpretación analítica, denótela como: Z = m**X + b**

6°.d) Calcule el coeficiente de Determinación utilizando la expresión 3.1 y verifique que sí se satisface el criterio de aceptación 3.1a para determinar la Ley Física.

7°) Efectúe la caracterización del fenómeno para determinar la posición inicial de movimiento(Yo), la velocidad inicial de la partícula (Vo) y las expresiones de la velocidad y la aceleración de la partícula. Y determine el error en el experimento utilizando como valor teórico la aceleración del movimiento ideal de un móvil que se mueve sin fricción del aire en un movimiento de caída libre $g = 981.0\ cml\ seg^2$ y como valor experimental la aceleración calculada anteriormente.

N	x¡	Yi	Z| =Y¡ -Yo/X¡
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Tabla 3.7.- Valores transformados del movimiento de un móvil en Caída Libre.



3.10.- TRANSFORMACIÓN Z= (Y-Yo)/(X-Xo).

La condición experimental que se debe tomar para utilizar la transformación propuesta ($Z = \frac{Y - Yo}{X - Xo}$), es considerar que la información del movimiento del objeto Es **Incompleta.**

Es decir, que únicamente se conoce los puntos finales del movimiento del objeto. En este caso hubo una pérdida de información del movimiento del objeto en los primeros instantes del movimiento y además se observa en la gráfica de dispersión una tendencia parabólica que pasa fuera del origen. El procedimiento que se debe de seguir para determinar la ley física fue detallado en la sección 3.8 pero para este caso se utiliza la transformación $Z = \frac{Y - Yo}{X - Xo}$

3.11.- TRABAJO EXPERIMENTAL PROPUESTO

3.11.a.- Máuina de Atwood.

Material Utilizado

2 prensas de mesa

2 sujetadores tipo soporte

1 polea de "aire"

1 generador de chispas

1 compresor con manguera

1 cinta registradora de chispas

2 porta pesas

4 pesas de 50 gr

1 marco de pesas

1 balanza de Pascal

1 calibrador vernier

1 tira de masquin-tape.

Procedimiento

1.- Considere el dispositivo mostrado en la figura 3.12

2.- Empleando las prensas de masa, ensamble la estructura formada en la figura 3.6 procurando que que la polea quede en una esquina de la mesa de trabajo y que la cinta deslice libremente.

3.- Conecte la manguera del compresor a la polea.

4.- Conecte el generador de chispas como se indica en la figura 3.12.

5.- Corte un tramo de cinta registradora de aproximadamente 1.0 m y haga un doblez en cada extremo para fijar los ganchos de las pesas.

6.- Coloque la cinta sobre la polea en su parte central de tal modo que ambos extremos queden a la misma altura, colocando en cada extremo las pesas, una de 50 gr. y otra de 80 gr.

7.- Conecte el compresor y el generador a la toma de corriente.

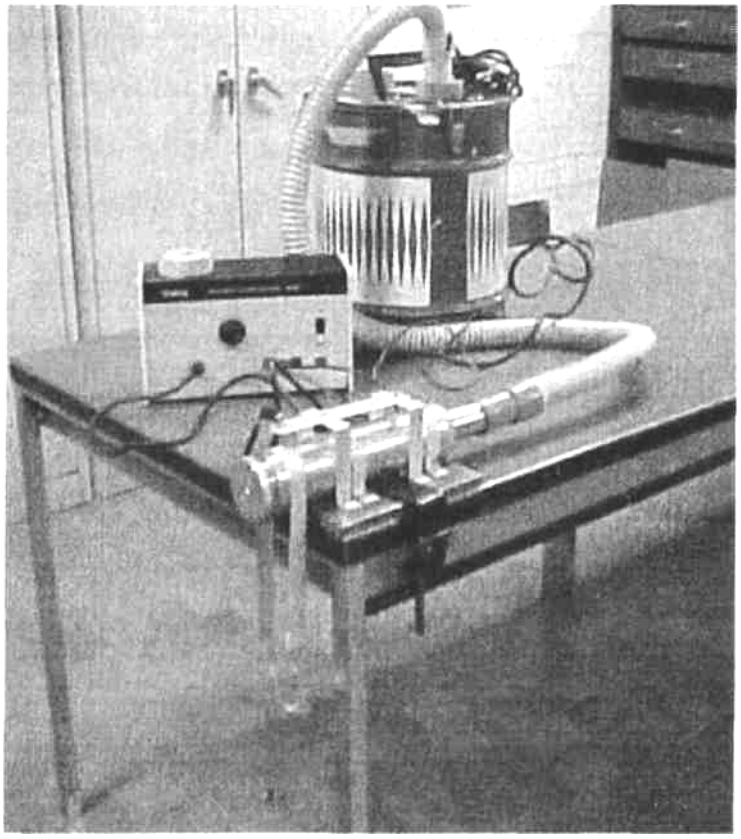


Figura 3.12.- Máquina de Atwood (Rediseño del Dr. Apolonio Gallegos de la Cruz, DEPI# 940631)

8.- Seleccione la frecuencia de 30 Hz. Y manteniendo oprimido el botón de disparo del generador, ponga a funcionar el compresor. De tal modo, que al llegar uno de los objetos a la altura de la polea deje de accionar el interruptor del generador.

9.- Apague el compresor y el generador y retire la cinta registradora, quitando las pesas de sus extremos.



10.- Formule una hipótesis referente al tipo de movimiento que desarrollan los bloques.

11.- Desarrolle el proceso de Experimentación en sus siete pasos para verificar la hipótesis planteada, mediante el orden siguiente:

I°) Considere las cantidades físicas directas del fenómeno: **Desplazamiento de los bloques y el tiempo.**

2°) Considere al tiempo como la cantidad física independiente (X). Y como cantidad física dependiente (Y) al desplazamiento de los bloques.

3°) Con la cinta de datos obtenida anteriormente, considere un punto a cinco centímetros del inicio del movimiento, denótela como Yo . A esta marca, se le asocia un tiempo Xo que puede ser entre **5/30 seg.** y **10/30 seg.** (ver figura 3.13). Anote sus mediciones en la tabla 3.8

Xi= Xo 1/f+Xo 2/f+Xo 3/f+Xo etc

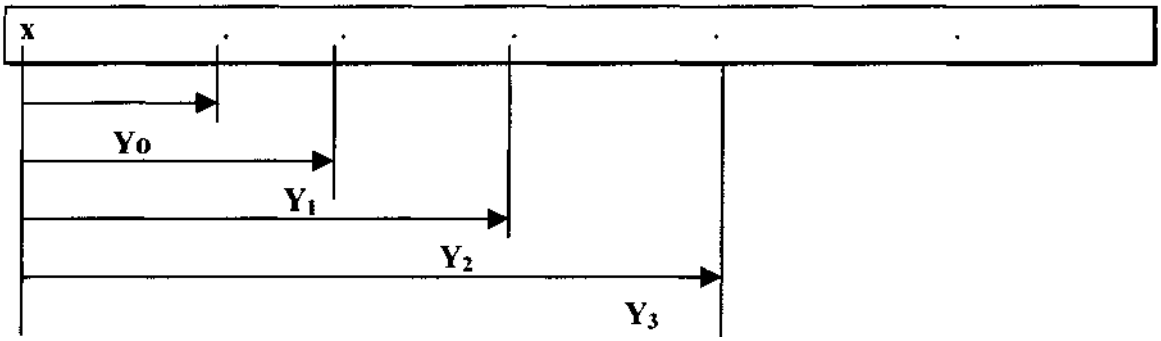


Figura 3.13.- Cinta registradora de datos para la maquina de Atwood.

4°) Construya la gráfica de dispersión.

5°.- Aplique la interpretación analítica para obtener los parámetros de la línea de mejor ajuste. Grafique la línea de mejor ajuste sobre la gráfica de dispersión.

n	x_i	Y_i
1	Xo=	Yo=
2		
3		
4		



5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Tabla 3.8 .- Datos de Tiempo y Desplazamiento para la máquina de Atwood.

6°) Calcule el coeficiente de Determinación y compruebe que **no** cumple con el criterio de aceptación (3.1a), concluya que no es posible determinar la ley física del movimiento y continúe con el 6°.a paso. En caso contrario, es posible que no consideró un número suficiente de puntos registrados o existe un error al registrar el inicio del movimiento. Cuando sea posible reproduzca una vez más el fenómeno y regrese al 4° paso.

6°.a) Copie los datos de la tabla 3.8 a la tabla 3.9 en el que se demostró que no existe una relación lineal entre las cantidades (X, Y). Calcule los valores Z = (Y-Yo)/(X-Xo) transformados

y anótelos en la tabla 3.9.

6°.b) Construya la gráfica de dispersión para las cantidades X en el eje de las abscisas y Z en el eje de las ordenadas.

6.c°) Determine la línea de mejor ajuste utilizando la interpretación analítica, denótela como:

N		**Y_i**	**$Z_i = (Y_i - Y_o) / (X_i - X_o)$**
1			
2			
3			



4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Tabla 3.9.- Valores transformados del movimiento de la máquina de Atwood.

6°.d) Calcule el coeficiente de Determinación utilizando la expresión 3.1 y verifique que sí se satisface el criterio de aceptación 3.1a para determinar la Ley Física.

7^{o}) Efectúe la caracterización del fenómeno para determinar la posición inicial de movimiento(Y_0), la velocidad inicial de la partícula (V_0) y las expresiones de la velocidad y la aceleración de la partícula. Y determine el error en el experimento utilizando como valor teórico la aceleración del movimiento ideal de dos bloques unidos por una cuerda inextensible que pasa por una polea ideal y como valor experimental la aceleración calculada anteriormente.

CAPITULO 4

CONCLUSIONES.

La comprobación empírica de una hipótesis demuestra, bajos las condiciones en que se realizaron las repoducciones de los fenómenos, la validez de lo estipulado por dichas hipótesis. Estas hipótesis especifican comportamientos parciales de los fenómenos estudiados. Con el propósito de conocer más aspectos del fenómeno de interés, es posible que se reúnan varias o muchas hipótesis validadas que pueden tener relación entre ellas, de tal forma se hace necesario hacer consideraciones generales que haga posible resumir toda la información y conocimiento contenido en ellas en unas cuantas expresiones. Este proceso se especifica en el último párrafo de R. Descartes que establece:

" Hacer enumeraciones tan complejas y generales, que dieran la seguridad de no haber incurrido en ninguna omisión"

Este párrafo determina la necesidad de establecer teorías que reúnan toda la información y conocimientos adquiridos al contrastar empíricamente las hipótesis planteadas. Y con ello se establece una de los objetivos principales de la Física Experimental, que consiste en adquirir conocimiento de los fenómenos de la naturaleza.

Es importante dejar establecido, que con el procedimiento de la contrastación de hipótesis, es posible contrastar hipótesis que son generadas desde punto de vista teórico y que estas serán validas solo cuando se ha probado su validez en el mundo real de la contrastación empírica

El procedimiento que se describe en este documento para probar estadísticamente la existencia de una relación entre dos cantidades físicas, podría creerse que resulta demasiado laborioso y complicado. Esta dificultad y laboriosidad es aparente, ya que el estudiante, tiene fácil accesos a la potencialidad que presentan las calculadoras de bolsillo. Motivo por el cual, sería conveniente en un principio, que el estudiante realice

los primeros cálculos numéricos desarrollando las fórmulas paso por paso. Pero posteriormente, cuando se requiera realizar los mismos cálculos, debe utilizar las funciones implementadas en su calculadora de bolsillo.

Con esta facilidad, la atención se debe enfocar en las caracterizaciones de los fenómenos, en las interpretaciones físicas de los parámetros y en las explicaciones de las diferencias existentes entre las suposiciones físicas en el desarrollo experimental y los valores numéricos resultantes.

La metodología experimental presentada en este documento, tiene una gran potencialidad en la aplicación a diversos tipos de fenómenos y a diversos aspectos del fenómeno. Como por ejemplo, se puede mencionar que es posible determinar la relación exponencial o logarítmica entre dos cantidades. También es posible determinar el exponente cuadrático, cúbico o fraccional de alguna cantidad de interés.

Existen otros aspectos de la metodología que no se han mencionado en este documento por motivos didácticos y que son importantes, como los llamados errores en la determinación de los parámetros de la relación lineal; transformaciones en las dos cantidades físicas involucradas, transformación únicamente en la cantidad física X, entre otros. Cabe mencionar como continuación y culminación en el estudio de las **Ciencias Experimentales,** que se está preparando el segundo documento el cual tratará sobre estos aspectos faltantes enmarcados en el estudio de fenómenos relacionados con la **Electricidad y el Magnetismo.**

APÉNDICE A
SUGERENCIAS PARA ELABORAR UN REPORTE DEL TRABAJO EXPERIMENTAL.

1.- DATOS GENERALES.

Número y Nombre de la práctica.

Secuencia, día y hora.

Fecha de realización de la práctica.

Fecha de entrega del reporte.

Nombre de alumnos del equipo.

Nombre del profesor.

2.- INTRODUCCIÓN HISTÓRICA Y TEÓRICA.

Escriba un resumen de la historia del fenómeno físico con nombres, tiempos y lugares así como los conceptos teóricos que permiten una explicación de algunos aspectos del fenómeno físico.

3.- EQUIPO Y MATERIAL UTILIZADO.

Forme una lista del material y equipo utilizado especificando el rango y la marca comercial.

4.- PROCEDIMIENTO.

Indique el procedimiento que se siguió al efectuar la práctica, anexando dibujos ilustrativos de la disposición física del equipo y del material.

5.- DATOS.

Muestre los datos obtenidos en forma tabular, rotulando cada columna con las unidades utilizadas.

6.- GRÁFICAS.

Trace sus gráficas en papel milimétrico, rotulando los ejes con las unidades de los datos. Utilice todo el espacio disponible para la gráfica mediante escalas adecuadas.

7.- CÁLCULOS.

Derive las fórmulas utilizadas, los resultados deben ser presentados en forma tabular. No incluya operaciones aritméticas extensas.

8.- CARACTERIZACIÓN DEL FENÓMENO.

Mediante un Análisis Dimensional ú otro método, determine el significado físico de cada uno de los parámetros contenidos en la LEY FÍSICA.

9.- COMPARACIÓN TEÓRICO-EXPERIMENTAL.

Compare sus valores experimentales con los valores teóricos o valores esperados contenidos en la bibliografía especializada. Calcule el error porcentual mediante la diferencia entre estos valores. Escriba las posibles causas que generan las diferencias encontradas.

10.- CONCLUSIONES.

Escriba los objetivos que se alcanzaron al realizar la práctica, las deficiencias encontradas en el procedimiento experimental o en el equipo utilizado y proponga algunas mejoras.

11.- REFERENCIAS.

Escriba las referencias consultadas para la elaboración del reporte en el siguiente orden a renglón seguido y separados por punto y coma:

Nombre del autor o autores.

Titulo del libro o Titulo del artículo de una revista.

Editorial del libro o Nombre de la revista.

Número de la edición del libro o Año de la revista.

APÉNDICE B.

CONDICIONES DE LA MATRIZ HESSIANA.

La problemática de encontrar un máximo o un mínimo de una función cuando no existen restricciones, es un problema clásico del cálculo diferencial. El problema se resuelve encontrando un X^o que cumpla con la condición necesaria y la de suficiencia. Es decir, supongamos a F una función de varias variables $F(x_1,x_2,...,x_n)$ que se desea encontrar un máximo o un mínimo, entonces se dice que un $X^o = (x°_1,x°_2,...,x°_n)$ es un punto estacionario si el gradiente de la función $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ evaluado en X^o es cero:

$$\nabla F(\overline{X^o}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} \\ \frac{\partial F}{\partial x_2} \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{\overline{X^o}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}_{\overline{X^o}} \quad dF$$

La ecuación anterior es la llamada condición necesaria y un $X°$ que cumpla con esta condición no es posible definir si en $X°$ la función $F(x_1,x_2,...,x_n)$ adquiere un máximo o un mínimo. Por ejemplo, con una función de dos variables $F(x_1,x_2)$, el gradiente de la función evaluada en $\overline{X}^0$ $\left|\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}\right|_{\overline{x}^0}$ es igual a cero cuando la función obtiene un máximo, un mínimo o un punto de inflexión. Por esta razón es necesaria otra condición para definir con exactitud la existencia de un máximo o un mínimo(aunque esto no siempre se logra, punto de inflexión). Esta condición de suficiencia consiste en que la matriz de las segundas derivadas de $F(x_1,x_2,...,x_n)$ (matriz hessiana H) evaluada en un punto estacionario X^o sea:

a) Positiva definida cuando X^o es un mínimo.

b) Negativa definida cuando X^o es un máximo.

Donde la matriz Hessiana H esta dada por:

$$H(\overline{X^o}) = \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^{\,2}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^{\,2}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots\cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_n} \end{array}\right]_{\overline{X^o}}$$

Y se dice que la matriz $H(X°)$ es definida positiva si los valores de los determinantes formados al quitar el renglón y la columna del elemento de la diagonal principal es positivo y es definida negativa si este k-esimo determinante de la diagonal principal tiene signo $(-l)^k$. Cuando no se cumplen ninguna de las dos condiciones anteriores, se dice que X'' es un punto de inflexión. Cuando se trata de un función de dos variables y $X°$ un punto estacionario, la condición de suficiencia consiste en que la matriz Hessiana=$H(x_1°,x_2°) = \left[\begin{matrix} h_{11}, h_{12} \\ h_{21}, h_{22} \end{matrix}\right]_{\overline{X^o}}$

Elementos de la diagonal principal: (h_{11}, h_{22})

Determinante resultante de quitar el renglón y columna correspondiente de H para cada elemento de la diagonal principal: $|h_{22}|, |h_{11}|$

a) $X°$ es un mínimo si los determinantes de la diagonal principal de $H(X°)$ son positivos (+,+).

b) $X°$ es un máximo si los determinantes de la diagonal principal de $H(X°)$tienen signos alternantes (-,+). En caso contrario $X°$ es un punto de inflexión.

APÉNDICE C
ANÁLISIS DEL ERROR RESIDUAL

El estudio del error residual o error de ajuste, es muy importante para decidir sobre lo apropiado de un modelo. Si los errores son esencialmente aleatorios, entonces, el modelo puede ser adecuado. Si los errores muestran un patrón de comportamiento, entonces el modelo no toma en cuenta toda la información contenida en los datos.

El análisis posible para detectar esta aleatoriedad en los errores residuales son:

1°.- Una Inspección Visual.

2°.- Calcular el Estadístico Durbin-Watson (D-W).

$$D-W=\frac{\sum_{t=2}^{N}(e_t-e_{t-1})}{\sum_{t=1}^{N}e_t^2}$$

Donde e_t = Valor Experimental — Valor Ajustado

Si existe un ligero patrón en los datos, donde las diferencias entre errores residuales sucesivos es pequeña, entonces la estadística D-W es pequeña (aproximadamente igual a 1.0). En cambio, si existe un patrón en zic-zac, entonces las diferencias entre errores residuales sucesivos es grande, en consecuencia el estadístico D-W es grande (aproximadamente igual a 4.0)

En caso contrario, cuando no existe la autorrelación entre los errores residuales, el estadístico D-W tiene un valor aproximado de 2.0. Como en toda prueba de hipótesis, se establece un intervalo de aceptación para decidir la no autocorrelación (la aleatoriedad) de los residuales, que está relacionado por un nivel de confianza y el número de datos. En la figura C.l se muestra la función de distribución del estadístico D-W para un nivel de confianza del 90% y 30 datos. Para una mayor información consulte la referencia 12.

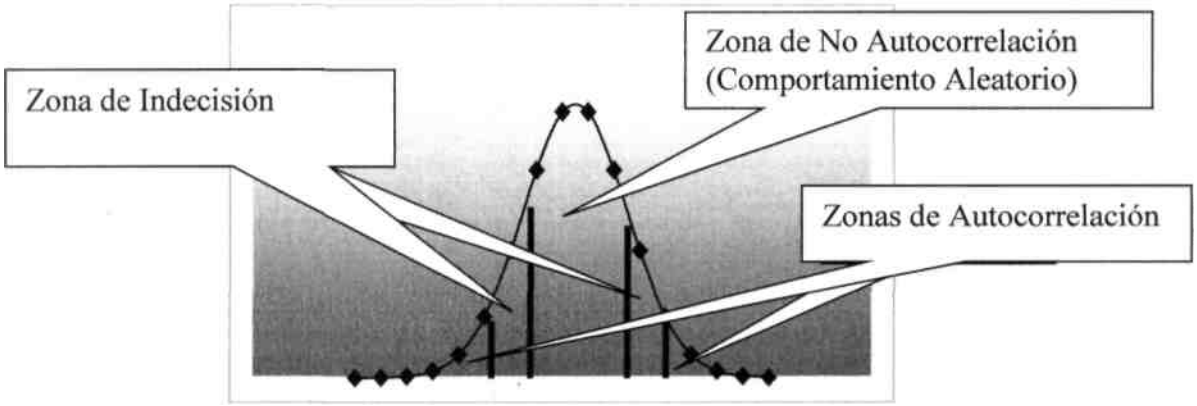


Figura C.I.- Función de Distribución del Estadístico D-W

APÉNDICE D

CALCULO DEL ERROR ESTÁNDAR EN LOS PARÁMETROS DE LA LINEA DE MEJOR AJUSTE.

El conocimiento del error estándar en la determinación de los parámetros de la línea de mejor ajuste, cuando ya se ha aceptado la relación lineal, originado por la aleatoriedad en los procesos de medición de la cantidad dependiente, nos lleva a la definición de intervalos con diversos niveles de confianza y así establecer, con un nivel de confianza, que la relación entre las cantidades físicas involucradas es del tipo CUADRÁTICA **ó** CÚBICA ó INVERSA, etc.

Figura C.1.- Función de Distribución del Estadístico Durvin-Watson

Se considera que la relación lineal de mejor ajuste a sido aceptada:

$$Y = m\,x + b$$

Debido que los parámetros m y b de la línea de mejor ajuste se calcula utilizando valores de la cantidad física Y y la cantidad física X y que se sabe que la cantidad física Y tiene un comportamiento aleatorio debido al proceso de medición, entonces es claro que también los valores de m y b tendrán comportamiento aleatorio, es decir , que m y b son funciones de los valores de Y_i, por tanto se tiene:

Para determinar las dispersiones en los parámetros m y b, se requiere determinar las derivadas parciales de m y b con respecto a los valores de Yi para todo I = l,...,n. Una forma de calcular estas derivadas parciales, es utilizando las ecuaciones simultáneas de los mínimos cuadrados (ver FÍSICA EXPERIMENTAL I):

$$m\sum_{i=1}^{n} Xi^2 + b\sum_{i=1}^{n} Xi = \sum_{i=1}^{n} XiYi \quad \ldots\ldots E.3$$

$$m\sum_{i=1}^{n} Xi + b(n) = \sum_{i=1}^{n} Yi \quad \ldots\ldots E.4$$

$$\frac{\partial m}{\partial Yi}\left(\sum_{i=1}^{n} Xi^2\right) + \frac{\partial b}{\partial Yi}\left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right) = Xi\left(\frac{\partial Yi}{\partial Yi}\right) \quad \ldots\ldots E.5$$

$$\frac{\partial m}{\partial Yi}\left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right) + \frac{\partial b}{\partial Yi}(n) = 1 \quad \ldots\ldots E.6$$

Si se derivan parcialmente las ecuaciones E.3 y E.4 con respecto a Yi, se tiene:

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones E.5 y E.6 se obtiene:

$$\Delta = n\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)^2$$

Se puede demostrar que:

$$\Delta = n\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} Xi\right)^2 = n\sum_{i=1}^{n} (Xi - \overline{X})^2$$

$$\frac{\partial m}{\partial Yi} = \frac{nXi - \sum_{i=1}^{n} Xi}{\Delta}$$

$$\frac{\partial b}{\partial Yi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - Xi\sum_{i=1}^{n} Xi}{\Delta}$$

Elevando al cuadrado los términos aneriores y realizando la sumatoria, se obtiene.

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial m}{\partial Yi}\right)^2 = \frac{n}{\Delta}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial m}{\partial Yi}\right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2}{\Delta}$$

Por lo tanto la dispersión en los parámetros de la línea de mejor ajuste es:

DlSP(m)= $\left(\frac{n}{\Delta}\right)$ *DISP(Y\..... E.7*

DlSP(b) $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2}{\Delta}\right)$ D1SP(Y) *E.8*

El error Estándar de los parámetros esta dado por:

ERROR ESTÁNDAR de $m = Em = S_m = \sqrt{DISP(m)}$ *E9*

ERROR ESTÁNDAR de $b = Eb = S_b = \sqrt{DISP(b)}$ *E.10*

Con estos valores se definen los intervalos de confianza de diversos niveles tales como:

INTERVALOS DE CONFIANZA DEL 68%

Para m (m-Em , m +- Em)
Para b (b-Eb , b + Eb)

INTERVALOS DE CONFIANZA DEL 95%

Para m (m - 2Em , m + 2Em)
Para b (b-2Eb , b + 2Em)

Finalmente, se podrá establecer con un determinado nivel de confianza, que la relación entre las cantidades B y r es del tipo CUADRÁTICA o CÚBICA o INVERSA o alguna otra que resulte. Esta definición de los intervalos de confianza son una aproximación que para nuestros fines es suficiente, ya que para definirlos en forma exacta, sería necesario determinar las funciones de distribución de las desviaciones estándar de m y b. Para mayor información consulte la referencia (9 ,10).

PROCEDIMIENTO PARA LA CONSTRUCCION DEL HISTOGRAMA

DE UN CONJUNTO DE VALORES.

- Dado un conjunto de *N* valores: $\mathbf{X_1, X_2, X_3, ... X_N}$
- EL HISTOGRAMA de este conjunto se construye a través del siguiente procedimiento:

1. Determinar el RANGO **(R)** del conjunto. Este rango se determina encontrando la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo, es decir **R = X max – X min.**

2. Determinar el número y amplitud de los INTERVALOS de la clase **(I_C)**.

   a) El número **(n)** de intervalos de clase en que seccionamos el rango se determina a través del siguiente criterio: "ubicar al número total de valores **(N)** entre dos potencias consecutivas del # 2, es decir $\mathbf{2^{n-1}<N\leq 2^n}$ por definición el exponente de la potencia mayor es **n"**. Las potencias del " 2 son : $\mathbf{2^0 = 1, 2^1 = 2}$ **y** $\mathbf{2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64}$, etc...

   b) La amplitud de los intervalos de clase **(I_C)**, se obtiene dividiendo el rango ® entre **n**, es decir: $\mathbf{I_C = R/n.}$

Ejemplo: supongamos que tenemos un conjunto de 20 valores de tiempo, es decir: $\mathbf{t_1, t_2, ... t_{20}}$.

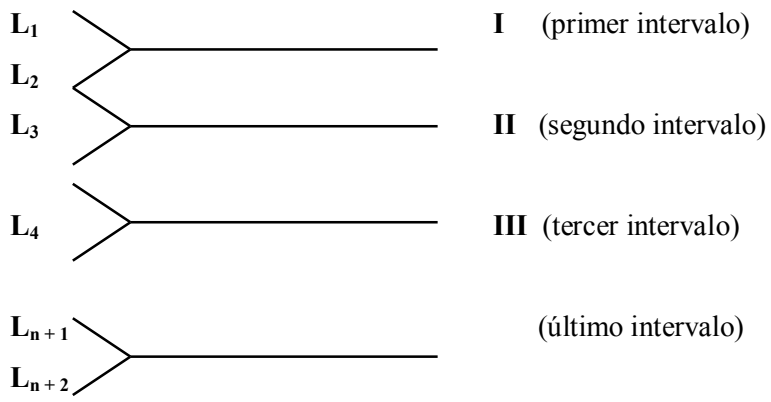
- El rango del conjunto se determina con $\mathbf{R = t_{max} - t_{min}}$.
- El número de intervalos de clase **n** será: **5** ya que **20** se ubica entre 16 y 32, es decir: $\mathbf{2^4<20<2^5}$.
- En consecuencia, la amplitud del intervalo será $\mathbf{I_C = R/5}$.

3. Con la finalidad de evitar que los límites de clase coincidan con alguno de los valores del conjunto, debemos agregar un intervalo adicional, de tal forma que la cantidad total de intervalos será **n + 1**.

4. Determinación de los límites de clase **(Li)** , con **i = 1, 2, 3, ... n + 2**.

Si tenemos **n + 1** intervalos de clase, estos estarán limitados por **n + 2** límites de clase, es decir : $\mathbf{L_1, L_2, ... L_{n+2}}$.

- El primer límite de clase se determina con $\mathbf{L_1 = X_{min} - I_C/2.}$ El segundo límite de clase se determina con $\mathbf{L_2 = L_1 + I_C}$ y así sucesivamente hasta llegar a **Ln + 2**.
- El diagrama siguiente ilustra la ubicación de los intervalos de clase.



5. Ubicación de los valores del conjunto dentro de los intervalos. A continuación tomamos el primer valor **(X_1)** del conjunto y vemos que entre límites de clase cae, si cae entre **L_1** y **L_2** se ubicará en el intervalo **I,** si cae entre **L_3 y L_4** se ubicará en el intervalo III, etc...; tomamos el segundo valor **(X_2)** del conjunto y hacemos lo mismo , así sucesivamente hasta llegar al último valor **(X_n)**.

6. Una vez que todos los valores del conjunto han sido ubicados en sus correspondientes intervalos de clase, se procede a efectuar la gráfica de la frecuencia **(f)** conque caen los valores en los intervalos de clase. El diagrama siguiente ilustra esta gráfica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1.- Russell, B(1946), History of Western Philosophy. Londres: Alien and Unwind.

2.- Crombie, A.C.(1953), Robert Grosseteste and The Origins of Experimental Science. (1100-1700) Londres : Prensa de la universidad de Oxford.

3.- Descarte, R.(1971), Discurso del Método, Meditaciones Metafísicas, Reglas para la Dirección del Espíritu; Principios de la filosofía.Editorial: porrua.s.a.

4.- Bunge, M.(1983), La Investigación Científica. 2o edición, editorial Ariel(Methodos).

5.- Fabián, R.J.L., García, M.M, Garzón, G.F., Morales, H.J.L., Física Experimental. Editorial: UPIICSA, edición 1990.

6.- Papoulis, A., Probability Random Variables and Stochastics Processes, Editorial: McGraw-Hill.

7.- Spiegel, M.R.,Teoria y Problemas de Estadística, Editorial:McGraw-Hill(Serie Schaums).

8.- Spiridonov, V.p., Lopatkin, A.A.,Tratamiento Matemático de datos Fisicos-Quimicos,Editorial: Mir(1973).

9.- Halliday, D., Resnick, R., Fisica, laparte(1960), EditoriakCECSA.

10.- Walpole, R.E., Myers, R.H, Probabilidad y Estadística, 4ª edición, Editorial: MacGraw-Hill 1992.

11.- García, M.M, Morales, H.J.L. "FÍSICA EXPERIMENTAL I", Editorial Spanta, 1994.

12.- Makistrakis. "Estadística Matemática".

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL.

1.- Baird, D.C., Experimentación, Una introducción a la teoría de Mediciones y al Diseño de Experimentos, 2a edición, Editorial: Prentice Hall.

2.- Holman, J.P., Métodos Experimentales para Ingenieros, Editorial: McGraw-Hill.

3.- Squires, G.L., Física Práctica, Editorial: McGraw-Hill.